

四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

測圓海鏡卷八

詳校官欽天監博士

臣張大經

臺臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官知縣

臣

繆琪

校對官臺臺郎臣陳際新

膳錄監生

臣

黃臣鵠

欽定四庫全書

測圓海鏡卷七

明連前十八問

元 李冶 撰

或問出南門東行七十二步有樹出東門南行三十步

見之問答同前

法曰倍南行以乘倍東行為平實併二行又倍之為

從一虛隅得城徑

草曰識別得此問名為弦外容圓又為內率求虛積  
其二行步相併為虛弦若以相減即虛較也又倍東  
行為弦較和倍南行即弦較較此二數相乘則兩虛  
積也若直以二行相乘則半个虛積也又倍東行減  
於城徑餘即二虛勾也倍南行減於城徑則二虛股也  
虛積上三事和即城徑也乃立天元一為圓徑便以  
為三事和也倍二行步減之得凡為黃方一天元  
乘之得一為二虛積奇然後倍東行以乘倍南行得

八千六百四十為同數與左相消得一益積開平方得二百四十步即城徑也合問

又法二行步相乘為實二行步相併為從一步虛法得半徑

草曰立天元一為半徑副置二位上加東行步得一川為大差勾下加東股得三為小差股此二數相乘得下式一為半段黃方寄然後立天元以自之又二之與左相消得一益積開平方得一

百二十步即半城徑也

又法二云數相乘倍之於上加云數差冪權寄併二云數又自增乘得數內減上位為平實併云數而倍之為從二步益隅得半徑

草曰立天元一為半徑副之上減明勾得下凡此為虛勾下減車股得凡此為虛股勾股相乘得一此

又倍之得二

凡

又加二行差冪

凡

得二

凡

為弦

凡

為同數與左相消得

二

凡

為同數與左相消得

二

凡

為同數與左相消得

冪

左寄

然後併云步以自之得二為同數與左相消得

益積開平方得一百二十步即半城徑也

又法云數相乘又倍之為平實云數相減為從一常法得虛勾

草曰立天元一為虛勾以南行減東行餘四十二步

為虛較也以虛較加天元得一非為虛股以天元乘

之得下一非為直積左寄然後倍南行乘東行得非與

左相消得一非開平方得四十八步即虛勾也以

勾除積得九十步即虛股也併勾股得非為虛和也

內加入二行併得卅即圓徑也

又法併兩行步以自乘於上又倍南行乘倍東行加上位為平實一隅法得小和

草曰立天元一為小和併二行步加之得卅為三事和也倍二行步而併之得卅以減三事和餘卅為黃方却以三事和乘之得下一元卅為二虛積也

寄左乃倍南行以乘倍東行得卅為同數與左相消得

一元卅開平方得一百三十八步即虛和也加入二



行步得二百四十步即城徑也合問

或問丙出南門直行一百三十五步而立甲出東門直行一十六步見之問答同前

法曰以丙行步一百三十五步再自之得二百四十六萬零三百七十五於上又以甲行步一十六乘丙行纂一萬八千二百二十五得二十九萬一千六百以乘上位得七千一百七十四億四千五百三十五萬為三乘方實以二行步相乘又倍之得四千三百

二十以乘丙行步再自之數得一百六億二千八百  
八十二萬為益從第一廉空以甲行乘丙行冪得二  
十九萬一千六百又倍之得五十八萬三千二百於  
上四之甲行冪一千零二十四以乘丙行步得一十  
三萬八千二百四十減上位餘四十四萬四千九百  
六十為第二廉二行步相乘得二千一百六十為虛  
常法得丙行步上勾弦差八十一

按法中載數自此始亦擇其數繁者詳之使人易

曉也

草曰識得二數相併以減於皇極弦餘即虛勾虛股併也若以二數相減餘為高弦內減平弦又為皇極弦內少个个小差弦又為大差弦內減个皇極弦也立天元一為丙行大差數置丙行步一百三十五自乘得用用天元除之得味為勾弦併也上減天元得味為二丙勾也復用丙南行乘之得味為二積也又以天元除之得味。味為丙勾外容圓

徑寄別置丙南行用二甲勾乘之得非合用二丙勾

除之不受除便以此為甲股內寄二丙勾為分母復用二甲勾

三十二乘之得非合為二个甲直積也又置丙南行內

減天元得非合為黃方以自乘得非合為丙上勾

弦差乘股弦差二段以天元除之得非合為两个

丙小差也乃用甲股乘之得下式非合復用丙南

行除之得非合又折半得非合為一个甲步股

弦差也內亦帶前二丙勾分母復置二个甲直積內

已寄此甲股弦差分母便為甲步股外容圓徑寄左乃

再置先求到泛寄

按即前所寄之數

用甲股弦差分母

乘之得此

此為同數與左相消得下式此

此開三乘方得八十一步即丙步上勾弦差也

鈐經載此法以勾弦差率冪減丙行差冪復以丙行

乘之為實以差率冪為法如法得徑此法只是以勾

外求容圓半合以大差除陪積而令皆以大差冪為

分母也依法求之勾弦差八十一自之得六千五百

六十一以減於丙行冪一萬八千二百二十五餘一  
萬一千六百六十四復以丙行一百三十五乘之得  
一百五十七萬四千六百四十為實以大差冪六千  
五百六十一為法如法得二百四十步即城徑也

又法二行相乘得數又自之為三乘方實併二行步以  
乘二行相乘數又倍之為從二行相併數以自乘於  
上又二行相減數自乘減上位為第一廉第二廉空  
一益隅益積開之得半徑

其第一廉只是四  
段二行相乘數

草曰立天元一為半城徑副置之上加南行步得凡

凡為股下位加東行步得凡丁為勾勾股相乘得一

凡北為直積一段以天元除之得一北北為弦以自

之得一北北北為弦冪寄乃以勾自之得一北北

又以股自之得一北北二位相併得二北北為同數

與左相消得一北北益積開三乘方得一百二

十步即半城徑也

又法條段同前

草曰以前求得勾股率置出南門步為小股以勾率  
乘之得 $\frac{100}{101}$ 合以股率除不除寄為母便以此為半  
梯頭於上又置南行步加二天元得 $\frac{100}{101}$ 為大股以  
勾率乘之得 $\frac{100}{101}$ 合以股率除不除寄為母便以  
此為梯底以乘上位得 $\frac{100}{101}$ 為半徑自乘數內  
帶股率冪為母 $\frac{100}{101}$ 然後置天元以自之又以股率冪  
乘之得下 $\frac{100}{101}$ 為同數與左相消得數一如前  
答



又法以二行差冪數自乘又倍之為實併二行步以乘  
二行差冪又四之為益從四段南行冪內減二段差  
冪於上又二段差冪內減四段東行冪餘以減上位  
按併二行冪減二行  
差冪四因之亦同為第一廉四之二行共為第二

廉二步虛法益積開之得皇極弦二百八十九

草曰立天元一為皇極弦以自之為弦冪於上以二

行步相減餘一以自之得一為較冪以減上得一元

則為二直積復以天元除之得一。則為一個城徑

也副置之上位加二之東行步得元三卦為二勾也

以自增乘得一三元三卦為四段勾冪於上下位加

二之南行得元三卦為二股也以自增乘得一三元三卦

為四段股冪也併入上位得下式元三卦三元三卦三元三卦

為四段弦冪寄左然後以天元為冪四之為同數與左

相消得下式元三卦三元三卦三元三卦益積開三乘方得二百八

十九步即皇極弦也 欲見城徑者別立天元半徑

副之加東行為勾加南行為股勾股各為冪併之與

弦冪相消開方得城徑也

又法以二行差一百一十九自乘得一萬四千一百六十一為差冪以東行步乘之得二十二萬六千五百七十六為汎率又自增乘得五百一十三億三千六百六十八萬三千七百七十六為五乘方實倍東行步得三十二以二行差一百一十九乘之得三千八百八為小汎以乘泛率又倍之得一十七億二千五百六十萬二千八百一十六為從方併兩行而倍

之得三百二以乘泛率得六千八百四十二萬五千九百五十二於上位以小泛累一千四百五十萬。○八百六十四加入上位共得八千二百九十二萬六千八百一十六為第一廉併兩行而倍之得三百二以乘小泛得一百一十五萬。○一十六為寄數倍二行差以乘差累得三百三十七萬零三百一十八內減寄數餘二百二十二萬零三百零二為第二廉六段二行差累八萬四千九百六十六內減二行

併數罽二萬二千八百一餘六萬二千一百六十五  
為第三益廉六之二行差七百一十四為第四益廉  
二步虛法得直弦三十四步

草曰立天元一為皇極弦上股弦差

即東行步上斜也亦謂直斜

以元加二行差得元即明弦也

此即皇極弦上勾弦差也以天

元乘之又倍之得元

即皇極內黃方罽也

寄置

皇極弦上勾弦差以東行步乘之得元

以天元除之

得

元

為明勾也又置天元以南行乘之得元

合

用明弦除不除寄為母便以此為重股於上

寄明弦母乃

再置明勾以明弦乘之得

丁非明

亦為帶分明勾加

入上位得

目非明

即是一个虛弦也以自增乘得下

式

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

為一段虛弦冪也內帶明弦冪分母

然後置明弦以自之得

一明

明

明

明

明

明

明

明

明

明

明

明

明

明

明

寄得

日明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

明明

為同數與左相消得下式

日非

明

明

明

明

明

明

明

明

開五乘方得三十四步為東行步上斜步也

其東行十六步即重勾也勾弦各自為冪以相

即重

減餘九百步開方得三十步即車股也既各得此數  
乃以股外容圓半法求圓徑得二百四十步即城徑  
也合問

按此草又法求車弦至開帶縱五乘方法愈繁數  
愈賾而天元一之用愈見其妙第所得帶縱五乘  
方廉隅積數雖具而未習其法者不能信其數之  
必然今姑取已得之車弦數按廉隅數推其積數  
以明其數之無可疑焉置五乘方數二以車弦三

十四乘之得六十八與四乘方數七百一十四相  
加得七百八十二又以重弦乘之得二萬六千五  
百八十八與三乘方數六萬二千一百六十五相  
加得八萬八千七百五十三又以重弦乘之得三  
百零一萬七千六百零二與立方數二百二十二  
萬零三百零二相加得五百二十三萬七千九百  
零四又以重弦乘之得一億七千八百零八萬八  
千七百三十六內減所少平方數八千二百九十



二萬六千八百一十六餘九千五百一十六萬一  
千九百二十又以重弦乘之得三十二億三千五  
百五十萬零五千二百八十內減所少元數十七  
億二千五百六十萬零二千八百一十六餘十五  
億零九百九十萬零二千四百六十四又以重弦  
乘之得五百一十三億三千六百六十八萬三千

七百七十六為積數與草中積數合

此即無次商  
帶縱五乘方

法

或問出東門一十六步有樹出南門東行七十二步見之問答同前

法曰二行步相減得數以自之於上又以出東門步自之減上位為平方實二之出南門東行步為益從一步常法翻開得半徑

草曰別得人到樹即平弦也半圓徑即平股也其東行七十二步則平勾平弦差也乃立天元一為半徑加一十六減七十二得凡此為勾也以自之得一此

引為勾冪又加入天元股冪得  $\parallel$  此引為弦冪

左寄再

立天元一為半徑加出東門步得  $\text{凡一}$  即弦也以自之得  $\text{一}$  此引為同數與左相消得  $\text{一}$  此翻法開之得一百二十步即半城徑也合問

或問出南門一百三十五步有樹出東門南行三十步見之問答同前

法曰樹去城步內減南行步餘以為冪於上又以樹去城步為冪內減上位為平實倍樹去城步為從一

虛隅翻法得半城徑

草曰別得人距樹即高弦也半圓徑即高勾也其南  
行三十步即高弦上小差也乃立天元一為半徑加  
樹去城步為弦內減小差<sub>三〇</sub>得<sub>凡</sub>即股也以自之  
得<sub>一</sub><sub>凡</sub>為股冪內加入天元冪得<sub>二</sub><sub>凡</sub>為弦冪  
<sub>左</sub>寄再置弦<sub>凡</sub>自之得<sub>一</sub><sub>凡</sub>為同數與左相消得  
<sub>一</sub>此即翻開得一百二十步即半城徑也合問

或問乙出東門不知遠近而立甲出南門東行七十二

步望見乙就乙斜行一百三十六步與乙相會問答  
同前

法曰以斜行步自之於上以二行相減餘自為冪減  
上位為平實從空一步常法得半徑

草曰別得七十二步即大差也斜行即弦半徑即股  
也立天元一為半徑以自之為股冪又以二行差六  
十四以自之得<sub>冪</sub>為勾冪併二冪得<sub>一</sub> 咍<sub>冪</sub>為弦冪

寄左然後以斜行步自之得<sub>冪</sub>為同數與左相消得<sub>一</sub>

阮訓開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問甲出南門不知遠近而立乙出東門南行三十步望見甲却就甲斜行二百五十五步與甲相會問答  
同前

法曰二行差自之為冪以減於斜行冪為平實一虛隅得半徑

草曰別得南行步即股弦差也斜步即弦也半徑即勾也乃立天元一為半城徑以自之為冪以二行相

減餘二百二十五以自之得<sub>𠄎</sub>為股冪二冪相併得

一<sub>〇元</sub>𠄎為弦冪<sub>寄</sub>然後以斜行自之得<sub>𠄎</sub>為同數與

左相消得下一<sub>〇元</sub>𠄎開平方得一百二十步即半徑

也合問

或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門南行三十步望見甲斜行一百二步相會問答同前

法曰二行相乘四之於上又加入斜行冪為平實得虛和一百三十八

草曰別得斜步內減南行為甲東行步也此問以弦  
外容圓入之以二行相減數乘乙南行三十步得北  
又四之得罪為二直積也又加入斜步冪共得  
即和冪也平方而一得一百三十八步即虛和也又  
加斜步得二百四十步即城徑也合問

或問乙出東門南行不知步數而立甲出南門東行七  
十二步望見乙斜行一百二步與乙相會問答同前  
法曰倍相減步以乘倍東行得數復以減於斜步冪



餘為實平方而一得較也又以二行相減數乘倍東行為平實以較為從方得勾勾較共為長又以斜步併入勾股共即城徑

草曰別得二行相減餘<sub>三〇</sub>為乙南行步也以此數又減於甲東行餘四十二步即較也乃以二行相減數<sub>三〇</sub>乘倍東行得<sub>三〇</sub>為平實以較為從平方開得四十八即勾也勾內加較得九十步即股也勾股共得一百三十八又加入斜步共得二百四十步即城徑也

合問

或問乙出南門東行甲出東門南行兩相望見既而乙云我東行不及城徑一百六十八步甲云我南行不及城徑二百一十問答同前

法曰半甲不及步以自之為冪半甲不及步內減云數差以自之為冪二冪相併內却減差冪為平實二之乙不及為益從三步半虛法得甲南行

草曰別得乙不及為虛勾半徑共又為徑內減明勾

也甲不及為虛股半徑共又為徑內減重股也又二

云數相併為虛和圓徑共也云數相減即虛較也乃

立天元一為甲南行以減於甲不及步又半之得元

太為虛股也虛股內減虛較得元為虛勾勾自之

得唯為勾冪也又股自之得下式唯為股

冪也二冪相併得唯為弦冪寄然後以天元加

虛較得元為乙東行又加入天元甲南行得元

為虛弦以自之得元為同數與左相消得元

開平方得三十步即甲南行也內加少步即城徑也合問

或問丙出南門直行甲出東門直行兩相望見既而丙云我行少於城徑一百五十步甲云我行少於城徑二百二十四步問答同前

法曰二少步相乘訖又自乘為實六之共步乘云數相乘數為益從十八之云數相乘數於上又三之共步自乘加上位內復減丙少步冪甲少步冪為從廉

四十八之共步為益二廉六十三步常法翻法開三  
乘方得一百二十步即半徑

草曰別得云數共減於倍城徑為甲丙共數又云數  
相減即皇極差亦為甲行不及丙行數立天元一為  
半城徑以三之副置二位上位減丙少步得阮為

皇極股也下位減甲少步得阮為皇極勾也勾股

相乘得阮以天元除之得阮為弦也弦自

之得阮為弦冪寄然後以股自之得下阮

以加入上位得卅卅卅為同數與左相消得卅卅為勾幕併

以加入上位得卅卅卅為同數與左相消得卅卅為勾幕併

翻法開三乘方得一百二十步即半城徑也合

問

或問甲出東門直行丙出南門直行各不知步數而立

乙望見甲就甲斜行了二百八十九步與甲相會其

二直行共一百五十一步問答同前

法曰斜幕內減共步幕為平實倍共步內減斜步為

從一常法得徑

草曰別得共數城徑併即皇極和也立天元一為圓

徑加共步得凡目為皇極和以自之得一凡凡於上

以斜行冪凡減上位餘一凡凡為二直積寄然後以

天元乘斜步得凡與左相消得一凡凡開平方得

二百四十步即城徑也合問

或問甲出東門直行乙出東門南行丙出南門直行丁

出南門東行各不知步數而立四人遙相望悉與城

參相直只云甲丙共行了一百五十一步乙丁立處相距一百二步又云丙直行步多於甲直行步問答同前

法曰共步距步相減得數自之於上以共步為冪內減上為平實二之距步內減共步距步差為從一步虛法得城徑

草曰別得共步得城徑即皇極和也相距步即虛弦也皇極和內減虛弦即皇極弦也又共步距步差



即皇極弦內減城徑也

此名旁差

乃立天元一為城徑加

共步得 $\text{㒹}$ 目為皇極和也以自之得 $\text{㒹}$ 㒹於上以

共步距步差 $\text{㒹}$ 加天元得 $\text{㒹}$  $\text{㒹}$ 為皇極弦也以自之

得下式 $\text{㒹}$  $\text{㒹}$ 減上位餘得 $\text{㒹}$  $\text{㒹}$ 為二直積 $\text{㒹}$ 然後

寄左

以天元徑乘皇極弦得 $\text{㒹}$ 為同數與左相消得 $\text{㒹}$

$\text{㒹}$ 開平方得二百四十步即城徑也合問

或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門南行望

見甲復就甲斜行與甲相會乙通計行了一百三十

二步其乙南行步不及斜行七十二步其甲東行多於乙南行問答同前

法曰倍不及步在地以不及步減通步以乘之為實以四之不及步為法得乙南行三十步

草曰別得乙南行即重股也以減通步即虛弦也以減不及步即虛較也其不及步即甲東行也立天元一為乙南行置不及步以天元乘之又四之得既為二直積寄左然後倍不及步以為弦較和於上則以不

及步減通步得<sub>上</sub>為弦較較以乘上位得<sub>非</sub>為同數  
與左相消得<sub>非</sub>上法下實得三十步為乙南行也  
餘各以數求之

又法別得通行步為兩個乙南行一個甲東行共也其  
不及步即東行步也云步相併即兩個虛弦相減即  
兩個乙南行也

或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門南行望  
見甲復斜行與甲相會二人共行了二百四步又云

甲行不及乙一百三十二

按甲不及乙六十步非一百三十二步當云甲行不

及其步問答同前

法曰別得二行共即兩個虛弦也其不及步即乙南行與一虛弦共也置不及步內減一弦餘三十步即乙南行也以乙南行反以減虛弦餘七十二步即甲東行也以乙南行減甲東行餘即虛較也 此問無

草

按右二問語若淺近然以發明加減乘除相通之

義最為深切集中倣此者可類推之

或問乙出東門南行甲出西門南行甲望見乙斜行五百一十步相會乙云我南行少於城徑二百一十步問答同前

法曰少步冪為平實四斜步內減二少步為益從五步常法得乙南行

草曰別得少步為徑內減虫股立天元一為乙南行以二之減於倍斜行步得 $\frac{100}{11}$ 為梯底也以二之天

元乘之得

卅元

為徑

寄左

再置天元加少步得下式

元卅為城徑以自之得

一

卅元

與左相消得

卅元

卅元

開平方得三十步即乙南行也加少步即城徑也合問

或問乙出南門東行甲出北門東行甲望見乙斜行二百七十二步與乙相會乙云我東行不及城徑一百六十八步問答同前

法曰以不及步冪之為實四斜內減二之不及步為

虛從五常法平實開得乙東行七十二

草曰別得不及步為城徑減明勾也立天元一為乙

東行以倍之減於二之斜行步得下<sub>辰</sub>為梯底也

倍天元乘之得<sub>辰</sub>為徑<sub>寄左</sub>再置天元加不及步

得<sub>辰</sub>為城徑以自之得<sub>辰</sub>為同數與左相消

得<sub>辰</sub>開平方得七十二步即乙東行也加入少

步即城徑也合問

或問乙出南門東行丁出東門南行却有甲丙二人共

在西北隅甲向東行丙向南行四人遙相望見俱與城參相直既而相會甲云我多乙二百四十八步丙云我多於丁五百七十步問答同前

法曰二多步相乘為平實併二多步而半之為從七分半常法得城徑

草曰別得甲多步為大勾內減明勾也丙多步為大股內少重股也又乙東行得一虛勾為半徑丁南行得一虛股為半徑又二多數相併得明為大和內少



虛弦也又二多數相減餘<sub>卅</sub>為兩個角差又甲多步  
內減半徑即勾方差也丙多步內減半徑即股方差  
也立天元一為城徑以半之減於甲多步得<sub>貳</sub>卅為  
勾方差又以半徑減於丙多步得<sub>貳</sub>卅為股方差二  
差相乘得<sub>唯</sub>卅卅為徑冪<sub>寄左</sub>然後以天元冪與左相  
消得下式<sub>唯</sub>卅卅開平方得二百四十步即城徑也

### 合問

或問甲丙二人俱在西北隅甲向東行丙向南行又乙

出南門東行丁出東門南行各不知步數而立四人  
遙相望見悉與城參相直既而相會甲云我與乙共  
行了三百九十二步丙云我與丁共行六百三十步  
問答同前

法曰甲乙共自之為冪丙丁共自之為冪二冪又相  
乘為三乘方實甲乙共自之為冪以丙丁共乘之於  
上又以丙丁共自之為冪以甲乙共乘之加上位為  
益從甲乙共自之為冪丙丁共自之為冪併以七分

半乘之於上又以甲乙共乘丙丁共得數減上位為  
第一益廉併二共數以七分半乘之為第二廉以七  
分半自之得五分六釐二毫五絲於上位以一步內  
減上位餘四分三釐七毫五絲為虛隅得城徑

草曰別得甲為大勾乙為明勾丙為大股丁為重股  
也甲乙共內減半徑即是黃長弦也丙丁共內減半  
徑即黃廣弦也黃長弦黃廣弦二數相減餘為兩個  
皇極差也乃立天元為城徑半之副置二位上以減

於甲乙共數得<sub>美</sub>即黃長弦也以自之得<sub>唯</sub>

為黃長弦冪也內減天元一冪餘得下式<sub>唯</sub>為

勾方差冪也下位以減於丙丁共得下式<sub>唯</sub>即黃

廣弦也以自之得<sub>唯</sub>為黃廣弦冪也內減天元

一冪餘得<sub>唯</sub>為股方差冪也再以勾方差冪股

方差冪相乘得<sub>唯</sub>為徑冪<sub>寄左</sub>然後以天元為

冪又以冪自之與左相消得下式<sub>唯</sub>開三

乘方得二百四十步即城徑也合問



測圓海鏡卷七

欽定四庫全書

測圓海鏡卷八

元 李冶 撰

明車後一十六問

或問出南門向東有槐樹一株出東門向南有柳樹一株丙丁俱出南門丙直行丁往至槐樹下甲乙俱出東門甲直行乙往至柳樹下四人遙相望見各不知所行步數只云丙丁共行了二百七步甲乙共行四

十六步又云甲丙立處相距二百八十九步問答同  
前

法曰以二共相減數又以減距數為實二為法得平  
勾

草曰識別得丙丁共即明和也甲乙共即重和也相  
距步即極弦也二共相併即極弦內少个虛黃也又  
為極和內少个虛和也二共相減餘為平勾高股差  
也又為虛差極差共也又為通差內減極差也立天



元為平勾加入二共相減數得凡川為高弦又加天

元得凡川為極弦

寄左

以相距步二百八十九與左相

消得凡川上法下實如法得六十四即平勾也以二  
共相減數加平勾得二百二十五為高股復以平勾  
乘之得一萬四千四百步開平方得一百二十步即  
城半徑也合問

又法二共數併以減相距數餘者半為泛率以泛率加  
丙丁共為長以泛率加甲乙共為闊長闊相乘為平

方實得半徑

草曰置極弦內減二共併數餘三十六步即虛黃也  
半之副置二位上以加明和得二百二十五步為高  
股也下以加重和得六十四步為平勾也二位相乘  
得一萬四千四百步開平方得一百二十步即半徑  
也合問

或問依前見丙丁共二百七步甲乙共四十六步又云  
二樹相去一百二步問答同前

法曰以甲乙共乘樹相去步得數又以自之為平實

從空併二共數為冪於上內減甲乙共自之數丙丁

共自之數

按或云二共數相乘倍之亦同

為益隅得重弦

草曰識別得兩樹相去步即虛弦也餘數具前立天

元一為重弦置明和以天元乘之合重和除不除便

以明為明弦也

內帶重和分母

乃置虛弦以分母重和乘之

得

非

加入明弦得

明

為極股也內帶重和分母以

自之得下式

明

明

明

為極股冪

內寄重和冪為分母

又以天元

加虛弦得

元

為極勾以自之得

元

又以車和

冪打乘之得

元

為勾冪也勾股相併得

元

元

為兩積一較冪也內有車和冪分母

寄左

然後置明弦

元

於上以車和乘天元得

元

加上位得

元

為二弦併

又置虛弦以車和乘之得

元

元

為極弦以自之得

元

為同數與左相消得

元

元

開平方得三十四步即車弦也

又法以樹相去步自之又以甲乙共乘之為平實從空

倍丙丁共為虛隅得重弦

草曰立天元一為重弦依前術求得明弦既便以為

皇極勾弦差也

內帶重和分母

以天元重弦便為皇極股弦

差以乘之又倍之得

明

為虛弦冪

內有重和分母寄左

然後

以虛弦自之又以分母訂乘之得四十七萬八千五

百八十四為同數與左相消得

明

開平方得三

十四步即重弦也合問

或問皇極大小差共一百八十七步明黃重黃共六十

六步問答同前

法曰後數自乘為實前後數相減餘為法得虛黃方  
草曰別得一百八十七即明車二弦共也其六十六  
即太虛大小差共也又二數相併得卅即明車二和  
共若以相減餘卅即明車四差共也立天元一為太  
虛黃方面加二黃共得<sub>阮</sub>卅即虛弦也倍虛弦又加  
天元得<sub>阮</sub>卅即城徑也又以虛弦加皇極大小差得  
<sub>阮</sub>卅即極弦也以極弦乘城徑得<sub>阮</sub>卅卅為兩段皇

極勾股積

寄左

再以極弦虛弦相併得

阮

卽皇極勾

股共也自之得

川

阮

內減皇極弦冪

一

阮得

阮

卽

為同數與寄左相消得

川

阮

上法下實如法得

三十六步即太虛黃方面也合問

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出東門直行丙出東門直行甲丙槐柳悉與城參相直既而甲就柳樹斜行三十四步至柳樹下丙就槐樹斜行一百五十三步至槐樹下問答同前

法曰云數相乘倍之便為平方實開方得虛弦一百  
二步以此弦加甲行步即極勾以此弦加丙行步即  
極股餘各依法求之 識別甲斜行即重弦也丙斜  
行即明弦也 無草

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出東門直  
行丙出南門直行二人遙相望槐柳與城邊悉相直  
既而甲復斜行至柳樹下丙復斜行至槐樹下各不  
知步數只云丙共行了二百八十八步甲斜行與柳



至東門步共得六十四步問答同前

法曰二云數相乘於上以六十四步自之又二之減

上位為平實十四之六十四於上倍丙行減上位為

從

按倍丙行乃數偶合當云九  
个半六十四內減丙行為從

二十常法得甲直行

步

草曰別得丙共步即明股明弦和也六十四即平勾

也內甲斜行即東弦也柳至東門步即東股也又云

二數相併即明差與極弦共也二云數相減即明差

與平勾高股差共也又平勾內減車勾即虛勾也立

天元一為車勾置丙共步以天元乘之復以六十四

除之得<sub>元分</sub>為明勾也又以天元減於六十四得

抗<sub>明</sub>為虛勾也併虛明二勾<sub>元分</sub>為半徑也以自之

得

<sub>元分</sub>

倍之得

<sub>元分</sub>

為半段圓城徑冪

<sub>左寄</sub>

乃以天元加六十四得<sub>元</sub>為勾圓差於上又以明

勾加丙共步得<sub>元分</sub>為股圓差於下上下相乘得

<sub>元分</sub>為同數與左相消得<sub>元分</sub>開平方得一

十六步即車勾也此車勾乃甲出東門直行步也餘  
皆依數求 合問

或問東門南有柳樹一株南門東有槐樹一株甲出東  
門直行丙出南門直行二人遙相望槐柳與城邊悉  
相直既而甲復斜行至柳樹下丙復斜行至槐樹下  
各不知步數只云甲共行五十步丙斜行與槐至南  
門步共得二百二十五步問答同前

法曰以二百二十五步自之為冪又以此冪自為冪

於上置甲共行以二百二十五步三度乘之得數復折半減上位為平實置二百二十五步自之數以二云數相減數乘之又倍之於上倍五十步在地以二百二十五步自之數乘之復折半加上位為益從云數相減自乘於上以云數相乘復折半減上位為常法得明股

草曰識別得甲共步即車勾車弦共也二百二十五即高股也內丙斜行即明弦槐至南門步即明勾也

又二云數相併即極弦內減一個車差也云數相減  
即車差與高股平勾差共也又高股內減明股即虛  
股也立天元一為明股即丙出南門直行步也置五  
十步以天元乘之得<sub>說</sub>合高股除不除便以此<sub>說</sub>為  
車股也內帶高股<sub>明</sub>分母再置高股內減天元得<sub>長</sub>  
<sub>明</sub>為虛股以分母高股乘之得下式<sub>明</sub>加入車股  
得<sub>明</sub>即半徑也以自增乘得下<sub>明</sub>為半徑冪  
也內帶高股冪為母<sub>左</sub>然後置甲共步以分母高股

乘之得<sub>三</sub>脂加入車股得<sub>三</sub>元<sub>三</sub>為勾圓差於上

<sub>內帶高股分母</sub>

又以天元加高股得<sub>元</sub>三<sub>三</sub>為股圓差於下上下相乘

得<sub>三</sub>

<sub>三</sub>元<sub>三</sub>

又以分母高股乘之得<sub>元</sub>三<sub>三</sub>

<sub>三</sub>元<sub>三</sub>

復折半得

三<sub>三</sub>元<sub>三</sub>

為同數與左相消得<sub>元</sub>三<sub>三</sub>

<sub>三</sub>元<sub>三</sub>

開平方得一百

三十五步即明股也合問

或問通勾通弦共一千步車勾車弦共五十步問答同

前

法曰置一千減二之五十步為汎率以自乘復半之

於上又置泛率復以五十乘之加上位為平實二十

二之泛率於上

按二十二乃此題車和除通和所得通倍車數加二數之數易題則數不

同矣當直云通倍車數加二數乘泛率

以四十二

按四十二乃此題倍通倍車數加二數之

數當直云倍通倍車數加二數

乘五十得數內減泛率加上位為益

從二百

按二百乃此題通倍車數加二數自乘折半於上又倍通倍車數併二數以減上位之數

當同上不必載數

為常法得車股

草曰立天元一為車股置一千以天元乘之以五十

除之得

元

為通股也又以天元加五十步得

元即

小差也通股加小差得 $\frac{1}{2}$ 。即通弦也以通弦減一  
千得 $\frac{1}{2}$ 。即通勾也以小差減通勾得 $\frac{1}{2}$ 。即圓徑  
也以圓徑減通股得 $\frac{1}{2}$ 。即大差也置大差以小差  
乘之得 $\frac{1}{2}$ 。 $\frac{1}{2}$ 元 $\frac{1}{2}$ 左 $\frac{1}{2}$ 寄然後置圓徑以自之得 $\frac{1}{2}$ 。 $\frac{1}{2}$ 折  
半得 $\frac{1}{2}$ 。 $\frac{1}{2}$ 與左相消得 $\frac{1}{2}$ 。 $\frac{1}{2}$ 開平方得三十步  
即車股也合問

按此題通勾弦和為車勾弦和度盡之數則不用  
寄分而用除法以從省便作者蓋舉一以例其餘



也

或問通勾通弦共一千步明勾明弦共二百二十五步

問答同前

法曰以後數再自乘又以前數乘之為平實以後數為冪又以前數乘之為從以前數冪為常法得明股

草曰別得二百二十五步即高股也立天元一為明

股置一千以天元乘之合以高股除不除便以此

元

為通股

內帶高股為母

以天元加高股

元

即大差也置大

差以高股分母乘之得和即帶分大差也以此減

於通股餘和即圓徑也以自增乘得和寄左

內帶高股然後置一千以高股分母通之得和內減

帶分大差得和為兩個通勾也內減兩個圓徑得

和為兩個小差也以帶分大差乘之得下式和

和為同數與左相消得和開平方得一百三十五

步即明股也合問

或問通股通弦共一千二百八十步車股車弦共六十

四步問答同前

法曰云數相乘為平實前數為益從置前數以後數除之得二十為泛率泛率減一以自乘於上又倍泛率減一加上位為常法倒積開得重勾

草曰別得六十四步即平勾也立天元一為重勾置  
前數以天元乘之以後數除之得阮即通勾也又置  
天元加後數得阮即小差也以小差減通勾餘阮  
卅即圓徑也以自之得卅卅然後以小差減於

前數得<sub>長</sub>卅為二通股內減兩個圓徑得<sub>長</sub>卅卅為二

大差也以小差乘之得下<sub>圓</sub>卅卅與左相消得<sub>圓</sub>卅

開平方得一十六步即東勾也合問

或問通股通弦共一千二百八十步明股明弦共二百

八十八步問答同前

法曰二數相減以後數乘之內減後數冪又半之為

泛率以自乘為平實

按或云前數內減二後數餘以後數乘之折半自之亦同

置

前數加二之後數而半之為次率以乘泛率於上以

後數乘泛率減上位

按或云二數相加以乘前折半數亦同

為益從次

率自乘之於上以前數加次率復以後數乘之減上

位

按或云前數折半內減後數又以半前數乘之亦同

為隅法得明勾

草曰別得二數相減餘數為通勾通股及明勾共也

立天元一為明勾置前數以天元乘之合以後數除

之不除便以此

世元

為通勾也

內寄後數分母

又以二數相減

得數內又減天元得數為通和也乃以分母二百

八十八乘之得下式

明

內減通勾餘

明

明

為通股

也又以天元加後數又以分母即後數也通之得既開為

大差也以此大差減於通股得下式既開為一個圓

徑也半之得既開以自得之既開為半徑寄左然

後以半圓徑減通勾得既開為底勾又以天元乘之

又以分母二百八十八乘之得既開為同數與左

相消得既開開平方得七十二步即明勾也合問

或問明股明弦併二百八十八步重勾重弦併五十步

又云明股重勾併多於虛弦四十九步問答同前

法曰前二數相併內減二之多步即圓徑又只以前二數相乘便是半徑冪

草曰識別得前二數相減而半之即極差也其多步名傍差又圓徑不及極弦數

或問平差高差共一百六十一歩明股重勾併多於虛弦四十九歩問答同前

法曰二數相減又半之以自乘為實後數為法得平勾

草曰立天元一為平勾以加前數得凡川為高股也

又以天元加高股得凡川為極弦內減後數得凡川

又半之得凡訂為半徑以自之得一凡訂左然後以

天元乘高股得一凡為同數與左相消得三凡訂上法

下實得六十四步即平勾也合問

或問平勾高股差一百六十一歩明差重差併七十七

歩又云極弦多於城徑四十九歩問答同前

法曰併上二位而半之為平率其四十九即旁率也



副置平率上加旁率下減旁率以相乘為實倍旁差

為法得勾圓差

按求實數有誤當云併上二位而半之內減後數於上又置上前數內減

後數以乘上位為實方合

草曰識別得平勾高股差名為角差副置角差上加七十七而半之得卅即極差也下減七十七而半之得卅即虛差也角差加極差得卅即通差也又極弦多於城徑步名為旁差副置角差上加旁差得卅為兩個高段上勾股較下減傍差得卅為兩個平段上

勾股較也又副置極差上加傍差得卅為股圓差上  
勾股較下減旁差為勾圓差上勾股較也立天元  
一為勾圓差依法求得通差加入天元得既即大  
差也以天元乘之得一既為半段圓徑寄乃置大  
差既內減股圓差上勾股較卅餘有既為股圓  
差之勾於上再置天元內加勾圓差上勾股較得  
既為勾圓差之股以乘上位得一既為同數與  
左相消得卅上法下實得八十步即勾圓差也

又依前問見角差一百六十一步見明差重差併七十  
七步又見太虛弦較較六十步問答同前

法曰前二數相減而半之得數加入半之太虛弦較  
較為泛率以自乘為平實置一百六十一內減二之  
泛率為從一常法得平勾

草曰別得<sub>上</sub>即二重股也立天元一為平勾先以前  
二數相減而半之得<sub>下</sub>為虛差以虛差加重股得<sub>下</sub>  
即明勾也以明勾加天元得<sub>下</sub>為平弦以自之得

一 開 圓內減天元竅得 開 圓為半徑竅

左寄

然後以天

元加一百六十一為高股以天元乘之得 一 既為同  
數與左相消得 一 既開平方得六十四步即平勾  
也

又法曰前數內加半之太虛弦較較以自乘

按此語內有誤當云

倍角差加半太虛較以半太虛較乘之

為實前數內減太虛弦較較為

從一常法開平方得平勾此更不用明差車差併也

草曰依前求平勾前高股內加車股得 既 目為高弦

也以自之得一 此於上位內減高股一 此餘

得一 此為半徑寄然後以天元乘高股得一 此為

同數與左相消得下一 此開平方得六十四步即

平勾也合問

或問高差平差併一百六十一步明差車差併七十七

步問答同前

法曰以前數自乘於上二數相併而半之以自乘減

上位得數復自增乘為平實前數自之於上又以四

之前數乘之寄位以前數自之於上併二數而半之

以自乘減上位得數又以四之前數乘之

按此下落又倍之三

字減於寄位為從前數自之又四之於上又以四之

前數為冪加上位權寄以前數為冪於上併二數而

半之以自乘減上位得數復八之加上位又以四之

前數為冪加入上位併以減於權寄為常法

按或云二和併

而自之又半之以減高平共差冪又四之為常法亦同

得平勾

草曰識別得二位相併而半之得卅即極差也立天

元一為平勾加一百六十一得凡為高股高股內  
 又加天元得凡為極弦以自之得凡於上內  
 減極差冪一萬四千一百六十一餘凡為兩段  
 極積合以極弦除不除寄為母便以此為城徑以自  
 增乘得凡為圓徑冪內有極弦冪然後以  
 天元乘高股又四之得凡又以分母極弦冪凡  
凡通之得凡為同數與左相消得凡  
 開平方得六十四步即平勾也合問

或問見明和二百七步車和四十六步問答同前

法曰二和上下相減數同則止名為泛率又以二和

直相減餘為泛實

此則角差也

乃以泛率除汎實所得為

差率也以差率加減泛率若半訖與勾股相應者其  
泛率便為和率其泛實便為較率乘和率也若不相

應則直取差率以消息之定為相管和率

其勾股數少得見弦

黃而相為率者勾三股四則其和七而其較一也勾  
五股十二則其和一十七而其較七也勾八股十五  
則其和二十三而其較亦得七七勾七股二十四則  
其和三十一而其較一十七也勾九股二十則其和



二十九而其較一十一也此  
消息之大畧也餘皆倣此  
乃以和率約二和其明

和所得為明壘率其車和所得為車壘率也又副置  
和率上加差率而半之則為股率也下位減差率而  
半之則為勾率也既見勾股及差三率各以壘率乘  
之即各得勾股及差之真數也

按此用約分以勾股率數求之甚為省便然必兩  
數度盡而得數最小者方可用若兩數不能度盡  
或雖度盡而得數尚大者轉屬繁難故又設後法

又法二云數相併以自乘於上二之云數相乘又四之以相併以四分半乘之又四之以併入上位為從方以七十步零四分三釐七毫五絲為常法得車小差四步

按此法未求實數其求從隅皆用本題數不可通用今依細草意另演一法於後亦惟二和數可以度盡者用之若不能度盡者仍用寄分為便

法曰二和數相減自之為平方實車和除明和得數

自而倍之內減四之除得數再加二單數以乘二和  
相併之數為從除得數自而四之於上又以除得數  
自乘內減四之除得數外加一單數自之以減上位  
為常法得車小差

草曰以二和相約命得車率一明率四步半其兩數  
大小差率並同又別得明小差車大差俱為半虛黃  
也立天元為車小差以四步半乘之得明元為車大  
差也又為明小差又為半虛黃置此車大差又以四

步半乘之得

步半

為明大差也其四差相併得

步半減於

二和併得

步半

即兩段太虛大小差併也內加三段

虛黃方

得

步半

合成一個太虛三事和即圓城徑

也以自增乘得

步半

步半

步半

步半

為徑

寄左

乃置重和加半虛

黃得

步半

為平勾又置明和內加半虛黃得

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

高股勾相乘得下式

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

數與左相消得下式

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

步半

差也合問

或問明車二勾共八十八步明車二股共一百六十五步問答同前

法曰先識別得二大差共二小差共及四差共乃以二大差二小差相乘為實以四差共為法如法得半之虛黃方

草曰先置前後云數以約法約之得一十一即壘率也復各置前後數如壘率而一前得八即勾率也後得一十五即股率也再以勾股率求得較率七和率

二十三弦率一十七黃方率六大差率九小差率二  
即見諸率各以壘率乘之其二和共得<sub>訓</sub>二較共得  
<sub>訓</sub>二弦共得<sub>訓</sub>二黃共得<sub>丁</sub>二大差共<sub>訓</sub>二小差共  
<sub>訓</sub>四差共<sub>日</sub>已上皆為明車所得之共數也乃立天  
元一為半虛黃便為明小差又為車大差也以減於  
大差共得<sub>長</sub><sub>訓</sub>即明大差也又以減於小差共得<sub>長</sub>  
<sub>訓</sub>即車小差也以二數相增乘得<sub>一</sub><sub>卦</sub><sub>柵</sub><sub>寄</sub>以天元  
冪與寄左相消得<sub>卦</sub><sub>柵</sub>上法下實得一十八步即半

之虛黃方也以倍之得<sub>三</sub>又加於二黃共六十六共  
得一百二即明勾車股共也又為極黃方又為虛弦  
也又以三十六減於一百八十七餘一百五十一即  
明股車勾共也此數內減虛弦餘<sub>三</sub>為明車二差較  
也此名傍差以旁差減二弦共一百八十七餘得<sub>三</sub>  
即太虛和也却加入虛弦一百二併得<sub>三</sub>為太虛三  
事和即圓城徑也合問

又或以虛黃方加於上和共二百五十三得<sub>三</sub>為極弦

也以旁差減極弦餘二百四十步亦同

又或前後副置勾股較和弦黃六率在地前以小差率

二因之則勾得丁股得三較得巳和得訂弦得訓黃

得卅即東段各數也後以大差率九因之則勾得卅

股得卅較得卅和得卅弦得訓黃得訓即明段各數

也既得明東各數餘可知

按此因明弦即皇極形勾弦差東弦即皇極形股弦

差故以小差率乘各率即得東段各數以大差率乘各率即得明段各數也

按右二卷明東前十八問後十六問在集中尤為



神妙惜其中有偶爾思省未至者亦未暇修飾故

耳



測圓海鏡卷八

欽定四庫全書

子部

測圓海鏡卷九至十二

詳校官欽天監博士

臣張天樞

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官知縣

臣

繆

琪

校對官靈臺郎

臣

陳際新

膳錄監生

臣

施

華

欽定四庫全書

測圓海鏡卷九

元 李冶 撰

大斜四問

或問甲丙俱在中心丙望南門直行不知步數而止甲  
出東門直行不知步數望見丙斜行與丙相會二人  
共行了六百八十步仍云甲直行少於丙直行一百  
二十九步問答同前

法曰二數相減餘以為冪內却減差冪為平實二數相減又四之於上又加入二之差步為益從二步常法得皇極勾

草曰別得共步即皇極三事和少步即勾股差也立

天元一為皇極勾加少步得 $\text{阮}$ 為股也又以天元

加股得 $\text{阮}$ 為和也以和減共步得 $\text{阮}$ 為弦也弦

自之得 $\text{阮}$ 為一段弦冪 $\text{寄}$ 然後置股以天元乘之

又倍之得 $\text{阮}$ 為二直積加入少步冪共得 $\text{阮}$

則為同數與左相消得此平方而一得一百三

十六即勾也勾加差為股勾股相乘倍之為實勾股

和減共步為法得城徑

又法云數併與云數差相乘

按此句有誤當云和數與倍差相加相減二得數相

乘為平實云數併與二數差相併得數以減於八之

共步為益從

按此只云六因和步為益從亦同

一步常法得皇極黃

方

草曰立天元一為黃方

即虛也

副置之上位加共步得

凡卅為二和也下位減共步得凡卅為二弦也先以

二和自乘得凡卅為四段和冪又以二弦自乘得

一凡卅為四段弦冪二數相減餘得凡卅又倍之得下

式凡卅為十六段直積於天元位寄左然後副置二和上

位加二之少步得凡卅為四股下位減二之少步得

凡卅為四勾勾股相乘得凡卅為同數與左相消

得凡卅平方而一得一百二步即皇極黃方也餘

各依法求之合問

或問甲丙俱在西北隅起丙向南行不知步數而立甲  
向東行望見丙就丙斜行六百八十步與丙相會丙  
云我南行步多於甲東行二百八十步問答同前  
法曰以云數差乘云數併為實倍多步為從二為平  
隅得大勾

草曰立天元為大平

按大平即大勾

加差得凡為股倍天

元乘之得〓

〓元

為二積

左寄

然後以斜步多步併〓與

斜步多步較〓

〓

相乘得〓

〓

為同數與左相消得〓

〓元



開平方得三百二十步即大勾也合問

或問甲乙二人共立於艮隅乙南行過城外而立甲東行望乙與城參相直而止丙丁二人共立於坤隅丁向東行過城門而立丙向南行望丁及甲乙悉與城俱相直丙復就甲斜行六百八十步與甲相會乙丁又云吾二人直行共得三百四十二問答同前

法曰二云數相乘倍之為實倍斜行於上以二云數相減加上位為從一步常法開平方得城徑

草曰別得斜步即大弦也其共步則一徑一虛弦共  
也其二數相併為一大和一虛弦共數也立天元為  
徑減於共步得 $\frac{1}{2}$  為虛弦也以虛弦復減於天元  
得 $\frac{1}{2}$  為虛和以斜步乘之得 $\frac{1}{2}$  乃以天元加  
斜步得 $\frac{1}{2}$  為大和以虛弦乘之得 $\frac{1}{2}$  為同數  
與左相消得 $\frac{1}{2}$  開平方得二百四十步即城徑  
也合問

或問甲從北門向東直行庚從西門穿城東行丙從西

門向南直行壬從北門穿城南行四人遙相望悉與城參相直尺云丙相望處六百八十步庚壬穿城共行了六百三十一步問答同前

法曰共步自之得數以共步減斜餘自乘以減上為實二之斜步加入共步減斜餘數為從一步常法得城徑

草曰共行步為一徑與皇和共也又為大和皇弦差也甲丙相望即大弦也以共步減大弦餘唯為皇極

弦上減一徑也立天元一為圓徑減於共步得長  
為皇極和也以自之得一長於上弦內減共步餘  
雌又以天元加之得長雌為皇極弦以自之得一細  
割減上位餘得長雌為兩個皇直積左乃以天元乘  
皇弦得下式一雌為同數與左相消得一雌開平  
方得二百四十步即城徑也合問

大和八問

或問庚從西門穿城東行二百五十六步而立壬從北

門穿城南行三百七十五步而立又有甲丙二人俱在乾隅甲向東行丙向南行各不知步數而立四人遙相望只云甲丙共行了九百二十步問答同前

法曰庚東行冪壬南行冪相併於上併庚壬步而倍

之內減大和餘復減於庚壬共得數

按或云併庚壬步以減大和亦

同以自乘減上位為平實併庚壬步為益從半步為隅法得城徑

草曰立天元一為圓徑以半之副置二位上以減於

庚東行得

𠂔𠂔

為平弦也下以減於壬南行得

𠂔𠂔

𠂔𠂔

為高弦也二弦相併得

𠂔𠂔

為皇弦虛弦共也倍此

數得

𠂔𠂔

為大弦虛弦共也以大弦虛弦共減於大

和餘

𠂔𠂔

為虛勾虛股共也天元內減虛勾虛股共

餘

𠂔𠂔

即虛弦也復置皇弦虛弦共內減虛弦餘

𠂔𠂔

即皇極弦也以自之得

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

得下式

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

為股冪也二冪相併得

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔

𠂔𠂔



法曰二云數相併而半之為虛弦以乘大和九百二十步於上以一百四十四減大和以虛較乘之減上位為平實以一百四十四減大和又二之於上以二

之虛較減上位

按或云倍甲丙直行共加己戌較與兩樹距之較減三之己戌較與兩樹

距之和亦同

為從四虛隅得太虛勾

草曰別得甲丙直行共即大和也戌就柳樹步即虛股也已就槐樹步即虛勾也其一百四十四步即二明勾其六十步即二重股也立天元一為虛勾加明



勾得阮訓為半徑也倍之得阮訓即城徑也

又為虛弦上三

和事二云數相併而半之得阮即小弦也相減而半之

得阮即小較也以天元加較得阮即小股也小勾

股共得阮即小和也以小三事減大和得阮即

大弦也乃先置小和以大弦乘之得下式阮寄左

次以小弦乘大和得阮與左相消得下式阮

開平方得四十八步即虛勾也加明勾又倍之得二

百四十步即城徑也合問

或問甲從乾隅東行乙從艮隅南行丙從乾隅南行丁  
從坤隅東行四人遙相望見既而甲還至艮隅就乙  
丙還至坤隅就丁甲丙直行共九百二十步甲還就  
乙共二百三十步丙還就丁共五百五十二步問答  
同前

法曰併就數以減直行共復以所併就數乘之為實  
併就數減直行共得數復加入直行共為法得虛弦  
草曰別得甲丙直行共為大和也甲還就乙步為小

差勾股共也丙還就丁步為大差勾股共也以大差  
勾股共減於大股餘即虛勾也以小差勾股共減於  
大勾餘即虛股也二數相併得<sub>卅</sub>為大弦虛弦共也  
二數相減餘<sub>卅</sub>為通差及大虛勾股差共也又併二  
數而半之得<sub>卅</sub>為太極弦虛弦共又為太極勾股共  
也立天元一為虛弦先以二共數減於大和餘<sub>卅</sub>為  
虛勾虛股和於上次以虛弦減於二共數餘<sub>卅</sub>為  
大弦以乘上位得下<sub>卅</sub>  
卅寄左然後以天元乘大和得

非為同數與左相消得<sub>非</sub>上法下實得一百二步  
即虛弦也加入虛和得二百四十步即城徑也合問  
又法併云數減大和復以二數相減乘之為實併云數  
減大和得數復加入大和為法得虛差

草曰立天元一為虛較先以併云數減大和餘<sub>非</sub>為  
虛和於上次以天元減於二就步較<sub>非</sub>得<sub>非</sub>為通  
差以乘之得<sub>非</sub><sub>左</sub>然後以天元乘大和得<sub>非</sub>為同  
數與左相消得<sub>非</sub>上法下實得四十二步即虛差

也副置虛和為二位上加虛差而半之得九十即虛股也下減虛差而半之得四十八即虛勾也勾幕股幕相併得開開平方得一百二步即虛弦也加入虛和得二百四十步即城徑也合問

或問依前見大和只云股圓差上勾弦差二百一十六勾圓差上股弦差二十步問答同前

法曰以云數二十步減通和復以二十步乘之於上以云數二百一十六減九百步

按即併二差以減大和

而半之

乘上位為立實三因二十步以減通和得八百六十  
以二百一十六減通和而半之得二百四十二二數相  
乘訖內減二十之九百步又以三百四十二及二百

一十六共得五百五十八又以之以減之為從方

按取

從方內語有誤當云三因小差減大和併二差減大和半之相乘於上三因大和加大差減三之小差半

之以小差乘之得數減上位為從方以二百一十六減通和又以三之

二十步減通和相併於上以二之五百五十八內却

減二十步餘以減上位為益廉

按取益廉內語亦有誤當云三因大和減

欽定四庫全書

卷九

六之小差 四步常法得小差股  
為益廉

草曰別得小差上股弦差卅加二股為大勾也大差  
上勾弦差卅加二勾為大股也立天元一為小差股  
加卅得卅為小差弦也小差弦上又加天元得卅  
卅為通勾以減於和步得卅為通股也通股內減  
大差上勾弦差卅得卅半之得下式卅即大差  
之勾也大差勾上又加勾弦差卅得卅為大差弦  
也再置通股以小差弦乘之得卅以天元除之

得非<sub>非</sub>為一个大弦也

<sub>寄</sub>再置通勾以大差弦乘

之得非<sub>非</sub>合以大差勾除不除寄母便以為大弦

左<sub>寄</sub>乃以大差勾乘泛寄得<sub>非</sub>為同數與左相

消得<sub>非</sub>益積開立方得一百五十步為小差

股也合問

或問依見前大和只云高弦平弦共得三百九十一步

高弦平弦相較得一百一十九步問答同前

法曰以較數冪減於共數冪又半之為實以共數減



大和為益從一步常法開平方得圓徑

草曰別得高數減於通股為邊股內減明股也平弦減於通勾為邊勾內減明勾也其共數即大弦內減皇極弦又為皇極勾股共也其相較步即皇極差也二云數相併即黃廣弦也二云數相減餘即黃長弦也以共數減於大和餘<sub>卅</sub>為皇極弦與圓徑共立天元一為圓徑以減皇極弦與圓徑共得<sub>卅</sub>為皇極弦也以共數自之得<sub>卅</sub>於上以相較數自之得<sub>卅</sub>減

上位餘𠂔又半之得𠂔為兩段皇極積左寄乃以天元

乘皇極弦得卜

𠂔

為同數與左相消得下卜

𠂔

𠂔開

平方得二百四十步即城徑也合問

或問依前見大和只云大差弦四百八步小差弦一百

七十步問答同前

法曰以併云數減大和復以乘大和又倍之為平實  
三之通和於上又以併云數減大和加上位為從二  
步虛法得圓徑

草曰大差弦減和步餘刪為大勾大差勾共也以小  
差弦減大和餘刪為大股小差股共也云數相併刪  
即大弦內減虛弦也云數相減得刪為虛弦平弦共

也

按此二語因數  
偶合而誤見前

以相併數減於大和餘刪為大差

勾小差股共又為圓徑虛弦共也立天元一為圓徑

減於刪得長刪為虛弦也返以減於圓徑得阮刪為

小和也以天元減大和得長刪為大弦以乘小和得

長刪

寄左

乃再置虛弦以通和乘之得阮刪與左相

消得非<sub>非</sub>開平方得二百四十步即城徑也合問  
或問依前見大和只云黃廣弦五百一十步黃長弦二  
百七十二步問答同前

法曰云數相併減大和復以相併數乘之為實云數  
相併減大和得數復以加大和為法得虛弦

草曰別得黃廣弦又為大差弦虛弦共又為邊股重  
股共也黃長弦又為小差弦虛弦共又為底勾明勾  
共也以黃廣弦減於大股餘即虛股以黃長弦減於

大勾餘即虛勾故併數以減於大和餘卽為虛和也

以虛和減徑凡卅即虛弦也二云數相併得卽為大

弦虛弦共也云數相減餘卽為虛弦平弦共

按此句誤同上

立天元一為虛弦以減於七百八十二得長卽為大

弦也以小和乘之得凡卅乃以天元虛弦乘大和

得凡卅為同數與左相消得凡卅上法下實得一百

二步即虛弦也合問

或問依前見大和只云邊弦五百四十四步底弦四百

二十五問答同前

法曰云數相減自之為實以大和減併數為法得皇極弦

草曰別得以邊弦減大股餘為半徑內減平勾又為平弦內減勾圓差也以底弦減於大勾餘為高股內少半徑又為股圓差內少高股也二云數相併得九百六十九為大弦皇極弦共也二云數相減卅為皇極勾股差也併數內減通和餘卅為皇極弦內減圓

徑也立天元一為皇極弦以自之於上以一百一十

九自之減上位得一

元

為二皇積

寄左

復置天元內

減四十九得下式元為黃方復以天元乘之得一

元與左相消得元上法下實得二百八十九步即

皇極弦也內減四十九餘即城徑也合問

按右大和八問每問於大和外復設二數然多有

大和外設一數即可求者細考其法草所載皆三

數並用婉轉求之蓋意在發明三數取用之理非

不知其可省也



測圓海鏡卷九